

文章编号: 1000-7598-(2007)11-2451-05

爆破振动对任意形状地下洞室的影响研究

易长平¹, 卢文波², 张建华¹, 张爱平³

(1. 武汉理工大学 资源与环境工程学院, 武汉 430070; 2. 武汉大学 水利水电学院, 武汉 430072; 3. 湖北水利水电总公司, 武汉 430061)

摘要: 根据应力波理论和复变函数方法, 建立了求解爆破地震波作用下任意形状洞室动态响应的解析方法。即通过保角变换的方法, 将物理平面上任意形状的洞室映射到像平面的单位圆, 将问题转化为应力波与单位圆形洞室的相互作用问题。以爆破地震波与一半圆直墙拱形洞室相互作用为例, 求解了不同频率的爆破地震波以不同方向作用于地下洞室时围岩的应力和振速分布, 结合围岩的抗拉强度, 求解了各种工况下围岩的临界破坏振速。

关键词: 爆破振动; 任意形状洞室; 保角变换; 临界振速

中图分类号: TU 413.3

文献标识码: A

Influence of blasting vibration on arbitrary shape underground chambers

YI Chang-ping¹, LU Wen-bo², ZHANG Jian-hua¹, ZHANG Ai-ping³

(1. School of Resources and Environmental Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China; 2. School of Water Resources and Hydropower, Wuhan University, Wuhan 430072, China; 3. Hubei Provincial Water Resources & Hydropower Construction Co, Wuhan 430061, China)

Abstract: In terms of stress wave theory and complex function, analytical solution for the interaction between blasting seismic wave and arbitrary shape underground chambers is deduced. The detail process is that through the conformal mapping method, the arbitrary shape hole in physical plane can be mapped into unit circle in mapped plane; the problem is translated into solving the interaction between blasting seismic wave and unit circle chambers. Taking the interaction between blasting seismic wave and an arch tunnel with vertical sidewalls for example, the distribution of stress and vibration velocity of rock mass is presented and analyzed under the acting of the incident blasting seismic wave with different frequencies and incident angles, and then the critical particle vibration velocity is decided basing on the tensile strength of rock mass.

Key words: blasting vibration; arbitrary shape underground chambers; conformal mapping method; critical vibration velocity

1 前言

目前在建的龙滩、水布垭、百色水利枢纽等都采用了地下厂房。以龙滩水电站为例, 其左岸洞室纵横交错, 上下重叠, 构成了复杂的地下洞室群, 在不足 0.5 km^2 范围内, 共布置了大小洞室 113 条。由于地下洞室主要采用钻爆法施工, 不可避免地存在爆破开挖对邻近已开挖洞室的影响问题。因此, 研究爆破振动对邻近洞室的影响, 不仅具有重要的理论意义, 同时也具有重要的工程意义。以往对于爆破振动对地下洞室的影响研究, 一般以数值模拟和试验研究为主^[1-4], 由于受计算方法、试验材料等的限制, 其结果往往难有普遍意义, 因而从理论上求解爆破振动对地下洞室影响的一般规律是很有

必要的。

由于爆破振动以波的形式在介质中传播, 爆破振动与地下洞室的相互作用过程, 是一个爆破地震波在洞室和地表自由面处反射和衍射过程。在距离爆源一定距离处, 岩石中传播的地震波可视为平面波来考虑。由于爆破地震波是多频率成分叠加而成的复杂组合, 因而任何单个振动的传播特征都无法代表爆炸地震波, 但各频率成分地震波的贡献却有大有小, 如果选取统计意义上贡献最大的频率成分作为参考对象, 可将爆破地震波视为简谐波平面波^[5]。文献[6]通过理论分析, 认为在一定条件下可以将爆炸应力波简化为平面应力波, 并确定了将爆炸应力波简化为平面应力波的条件。由于爆破作用在介质内部引起的地震波为体波, 本文主要研究平

面 P 波与地下洞室的相互作用, S 波与洞室的相互作用可类似解决。

在实际工程中, 根据工程的需要地下洞室可设计成各种形状, 如圆形、马蹄形、城门洞形等等, 对于应力波与圆形洞室的相互作用, 文[7]做了比较详细地研究; 对应力波与非圆形结构的相互作用, 前人也作过较深入的研究, 主要采用的方法有 T 矩阵法、几何射线理论、积分方程方法^[8]等, 1982 年, 刘殿魁等^[9]将弹性静力学的复变函数方法推广到弹性动力学, 提出了求解应力波与非圆形结构相互作用的域函数方法。本文沿用这一方法, 就爆破地震波作用下深埋任意形状洞室的应力和振速分布进行研究, 进一步导出实际工程中常用来控制爆破振动的洞室围岩的临界振速。

2 运动方程及其解答

在平面问题中, 位移场可以用两个标量势函数 ϕ 和 ψ 表示:

$$U = \partial\phi/\partial x + \partial\psi/\partial y; V = \partial\phi/\partial y - \partial\psi/\partial x \quad (1)$$

而标量势函数 ϕ 和 ψ 满足如下波动方程:

$$\nabla^2\phi = \frac{1}{C_p^2} \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}; \quad \nabla^2\psi = \frac{1}{C_s^2} \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} \quad (2)$$

式中: C_p 和 C_s 分别为 P 波和 S 波在岩石中的传播速度。将标量势函数 ϕ 和 ψ 进行时间和空间上的分离, 即令

$$\left. \begin{aligned} \phi(x, y, t) &= \phi(x, y) \exp(-i\omega t); \\ \psi(x, y, t) &= \psi(x, y) \exp(-i\omega t) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

则 ϕ 和 ψ 满足 Helmholtz 方程:

$$\nabla^2\phi + \alpha^2\phi = 0; \quad \nabla^2\psi + \beta^2\psi = 0 \quad (4)$$

式中: α 、 β 分别为纵波和横波波数, $\alpha = \omega/C_p$, $\beta = \omega/C_s$ 。利用复变量 $Z = x + iy$, $\bar{Z} = x - iy$, 式 (4) 可以写成

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial Z\partial\bar{Z}} = \left(\frac{i\alpha}{2}\right)^2 \phi; \quad \frac{\partial^2\psi}{\partial Z\partial\bar{Z}} = \left(\frac{i\beta}{2}\right)^2 \psi \quad (5)$$

引入将 Z 平面上非圆形孔洞映射为 η 平面上单位圆上的映射函数 $Z = W(\eta)$, 则式 (5) 在 η 平面上的表达式可写为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2\phi}{\partial\eta\partial\bar{\eta}} &= \left(\frac{i\alpha}{2}\right)^2 w'(\eta)\overline{w'(\eta)} \phi(\eta, \bar{\eta}) \\ \frac{\partial^2\psi}{\partial\eta\partial\bar{\eta}} &= \left(\frac{i\beta}{2}\right)^2 w'(\eta)\overline{w'(\eta)} \psi(\eta, \bar{\eta}) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

根据文[9], 式 (6) 的一般形式解可写为

$$\left. \begin{aligned} \phi(\eta, \bar{\eta}) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n H_n(\alpha|w(\eta)|) \left[\frac{w(\eta)}{|w(\eta)|} \right]^n; \\ \psi(\eta, \bar{\eta}) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n H_n(\beta|w(\eta)|) \left[\frac{w(\eta)}{|w(\eta)|} \right]^n \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中: a_n 、 b_n 为待定常数; $H_n(\cdot)$ 为 n 阶 Hankle 函数, 其中第一类 Hankle 函数表示外行波, 第二类 Hankle 函数表示汇聚波。

3 应力和位移的表达式及边界条件

在 Z 平面内, 极坐标系下应力表达式为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r + \sigma_\theta &= -2\alpha^2(\lambda + \mu)\phi; \\ \sigma_\theta - \sigma_r + 2i\tau_{r\theta} &= -8\mu \frac{\partial^2}{\partial Z^2}(\phi + i\psi)e^{2i\theta} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

在 η 平面内, 上式可写为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r + \sigma_\theta &= -2\alpha^2(\lambda + \mu)\phi; \\ \sigma_\theta - \sigma_r + 2i\tau_{r\theta} &= -8\mu \frac{\eta^2}{r^2 w'(\eta)} \frac{\partial}{\partial\eta} \left[\frac{1}{w'(\eta)} \frac{\partial}{\partial\eta}(\phi + i\psi) \right] \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

由式 (8) 和式 (9), 可得

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r - i\tau_{r\theta} &= -\alpha^2(\lambda + \mu)\phi + \\ &4\mu \frac{\eta^2}{r^2 w'(\eta)} \frac{\partial}{\partial\eta} \left[\frac{1}{w'(\eta)} \frac{\partial}{\partial\eta}(\phi + i\psi) \right]; \\ \sigma_r + i\tau_{r\theta} &= -\alpha^2(\lambda + \mu)\phi + \\ &4\mu \frac{\bar{\eta}^2}{r^2 w'(\eta)} \frac{\partial}{\partial\bar{\eta}} \left[\frac{1}{\overline{w'(\eta)}} \frac{\partial}{\partial\bar{\eta}}(\phi - i\psi) \right] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

在 Z 平面内, 极坐标系下位移表达式为

$$\left. \begin{aligned} u_r + iv_\theta &= 2 \frac{\partial}{\partial Z}(\phi - i\psi)e^{-i\theta}; \\ u_r - iv_\theta &= 2 \frac{\partial}{\partial\bar{Z}}(\phi - i\psi)e^{i\theta} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

在 η 平面内, 上式可写为

$$\left. \begin{aligned} u_r + iv_\theta &= 2 \frac{\bar{\eta}}{r|w'(\eta)|} \frac{\partial}{\partial\eta}(\phi - i\psi); \\ u_r - iv_\theta &= 2 \frac{\eta}{r|w'(\eta)|} \frac{\partial}{\partial\bar{\eta}}(\phi + i\psi) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

围岩边界上的边界条件:

$$\sigma_{rr}|_{r=1} = 0; \quad \sigma_{r\theta}|_{r=1} = 0$$

4 入射波及介质中的波场

设入射平面 P 波的传播方向与水平方向的夹角

为 θ_0 , 则其波函数为

$$\Phi^{(i)} = \phi^{(i)} \exp(-i\omega t) \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} \phi^{(i)} &= \phi_0 \exp\{i\alpha(x \cos \theta_0 + y \sin \theta_0)\} = \\ &\phi_0 \exp\{i\alpha r \cos(\theta - \theta_0)\} \end{aligned} \quad (14)$$

式中 ϕ_0 为入射波的幅值, 其在 Z 平面内的形式为

$$\phi^{(i)} = \phi_0 \exp[(i\alpha/2)(Z \exp(-i\theta_0) + \bar{Z} \exp(i\theta_0))] \quad (15)$$

在 η 平面内的表达式为

$$\phi^{(i)} = \phi_0 \exp[(i\alpha/2)(\omega(\eta) \exp(-i\theta_0) + \overline{\omega(\eta)} \exp(i\theta_0))] \quad (16)$$

由 P 波的传播特性可知, 入射 P 波在围岩内边界将会反射一个向外传播的 P 波($\phi_1^{(r)}$)和 SV 波($\psi_1^{(r)}$), 故岩石中的波场可表示为

$$\phi^{(t)} = \phi^{(i)} + \phi^{(r)}; \quad \psi^{(t)} = \psi^{(r)} \quad (17)$$

式中: $\phi^{(t)}$ 为围岩中总的 P 波; $\psi^{(t)}$ 为围岩中总的 SV 波。上述所有反射波和折射波都满足式 (4) 并具有形如式 (7) 的表达形式, 具体可写为

$$\begin{aligned} \phi^{(r)}(\eta, \bar{\eta}) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n H_n^{(1)}(\alpha |w(\eta)|) \left[\frac{w(\eta)}{|w(\eta)|} \right]^n; \\ \psi^{(r)}(\eta, \bar{\eta}) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} B_n H_n^{(1)}(\beta |w(\eta)|) \left[\frac{w(\eta)}{|w(\eta)|} \right]^n \end{aligned} \quad (18)$$

5 问题的求解

由边界条件 $\sigma_{r2} = 0$, 有

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} (A_n \zeta_n^{(11)} + B_n \zeta_n^{(12)}) = \zeta^{(1)} \quad (19)$$

式中:

$$\begin{aligned} \zeta_n^{(11)} &= -\alpha^2 (\lambda + \mu) H_n^{(1)}(\alpha |w(\eta)|) \left\{ \frac{w(\eta)}{|w(\eta)|} \right\}^n + \\ &\frac{\mu \alpha^2 \eta^2 \omega'(\eta)}{\omega'(\eta)} H_{n-2}^{(1)}(\alpha |w(\eta)|) \left\{ \frac{w(\eta)}{|w(\eta)|} \right\}^{n-2}; \\ \zeta_n^{(12)} &= \frac{i \mu \beta^2 \eta^2 \omega'(\eta)}{\omega'(\eta)} H_{n-2}^{(1)}(\beta |w(\eta)|) \left\{ \frac{w(\eta)}{|w(\eta)|} \right\}^{n-2}; \\ \zeta^{(1)} &= \left((\lambda + \mu) + \frac{\mu \eta^2 \omega'(\eta)}{\omega'(\eta)} \right) \alpha^2 \phi_0 \exp(-i\theta_0) \cdot \\ &\exp[(i\alpha/2)(\omega(\eta) \exp(-i\theta_0) + \overline{\omega(\eta)} \exp(i\theta_0))] \end{aligned} \quad (20)$$

由边界条件 $\sigma_{r\theta 2} = 0$, 有

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} (A_n \zeta_n^{(21)} + B_n \zeta_n^{(22)}) = \zeta^{(2)} \quad (21)$$

式中:

$$\begin{aligned} \zeta_n^{(21)} &= -\alpha^2 (\lambda + \mu) H_n^{(1)}(\alpha |w(\eta)|) \left\{ \frac{w(\eta)}{|w(\eta)|} \right\}^n + \\ &\frac{\mu \alpha^2 \eta^2 \omega'(\eta)}{\omega'(\eta)} H_{n+2}^{(1)}(\alpha |w(\eta)|) \left\{ \frac{w(\eta)}{|w(\eta)|} \right\}^{n+2}; \\ \zeta_n^{(22)} &= -\frac{i \mu \beta^2 \eta^2 \omega'(\eta)}{\omega'(\eta)} H_{n+2}^{(1)}(\beta |w(\eta)|) \left\{ \frac{w(\eta)}{|w(\eta)|} \right\}^{n+2}; \\ \zeta^{(2)} &= ((\lambda + \mu) + \frac{\mu \eta^2 \omega'(\eta)}{\omega'(\eta)}) \alpha^2 \phi_0 \exp(i\theta_0) \cdot \\ &\exp[(i\alpha/2)(\omega(\eta) \exp(-i\theta_0) + \overline{\omega(\eta)} \exp(i\theta_0))] \end{aligned} \quad (22)$$

用 $e^{-im\theta}$ 乘以式 (19) 和式 (21) 的两边并在区间 $[-\pi, \pi]$ 上积分, 可以得到如下方程组:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} \zeta_{nm}^{(11)} & \zeta_{nm}^{(12)} \\ \zeta_{nm}^{(21)} & \zeta_{nm}^{(22)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{nm} \\ B_{nm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \zeta_m^{(1)} \\ \zeta_m^{(2)} \end{bmatrix} \quad (23)$$

式中:

$$\begin{aligned} m &= 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots; \\ \zeta_{nm}^{(11)} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \zeta_n^{(11)} e^{-im\theta} d\theta; \quad \zeta_{nm}^{(12)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \zeta_n^{(12)} e^{-im\theta} d\theta; \\ \zeta_{nm}^{(21)} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \zeta_n^{(21)} e^{-im\theta} d\theta; \quad \zeta_{nm}^{(22)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \zeta_n^{(22)} e^{-im\theta} d\theta; \\ \zeta_m^{(1)} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \zeta^{(1)} e^{-im\theta} d\theta; \quad \zeta_m^{(2)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \zeta^{(2)} e^{-im\theta} d\theta \end{aligned} \quad (24)$$

即为求解系数 A_n 、 B_n 的无穷代数方程组。通过控制精度, 截取有限项, 即可通过式 (23) 求出相关系数。进而可以求出应力和位移的表达式, 将位移表达式对时间求导, 则可以得到质点振速的表达式。

6 爆破振动对深埋直墙拱形洞室的影响

根据文[10], 将一半径为 3 m, 跨高比为 0.8 的半圆直墙拱洞形孔洞 (图 1) 外域映射到单位圆外部的映射函数表达式为

$$\begin{aligned} Z = \omega(\eta) &= 3.722\ 085(\eta - 0.092\ 179\eta^{-1} - \\ &0.066\ 978\ i\eta^{-2} - 0.099\ 957\eta^{-3} + 0.043\ 063\ i\eta^{-4}) \end{aligned} \quad (25)$$

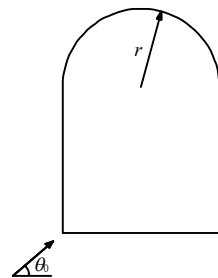


图 1 应力波与洞室作用示意图
Fig.1 Interaction between stress wave and cavity

利用这个映射函数, 可得一个底板略微拱起, 底角圆角化的一个近似的半圆直墙拱洞形孔洞。考虑入射波 p 波频率分别为 100 Hz 和 50 Hz, 入射角分别为 0° , 30° , 90° , 270° 时洞室的动力响应情况。

设岩石的泊松比为 $\nu = 0.25$, 弹性模量 $E = 45 \text{ GPa}$, 密度 $\rho = 27.0 \text{ kN} \cdot \text{m}^3$, 入射波频率和入射角不同时, 其引起的地下洞室围岩内壁的切向峰值应力和振速分布如图 2~5 所示。

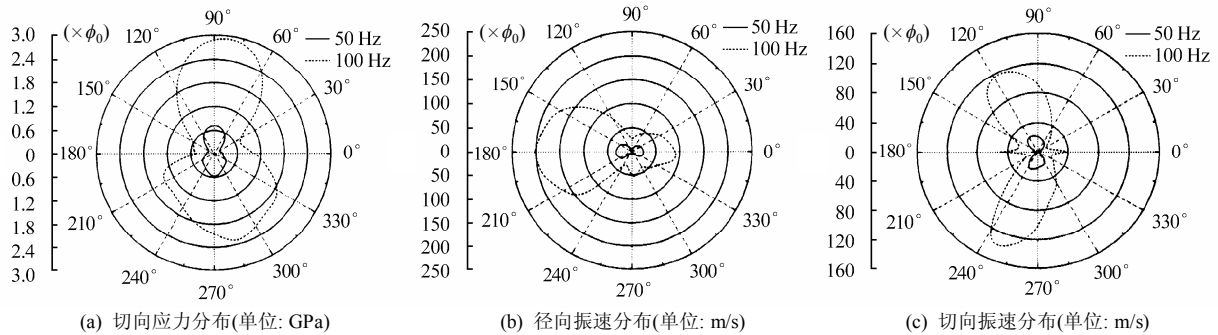


图 2 入射角度为 0° 时应力和振速分布

Fig.2 Distribution of stress and vibration velocity when the incident angle is 0°

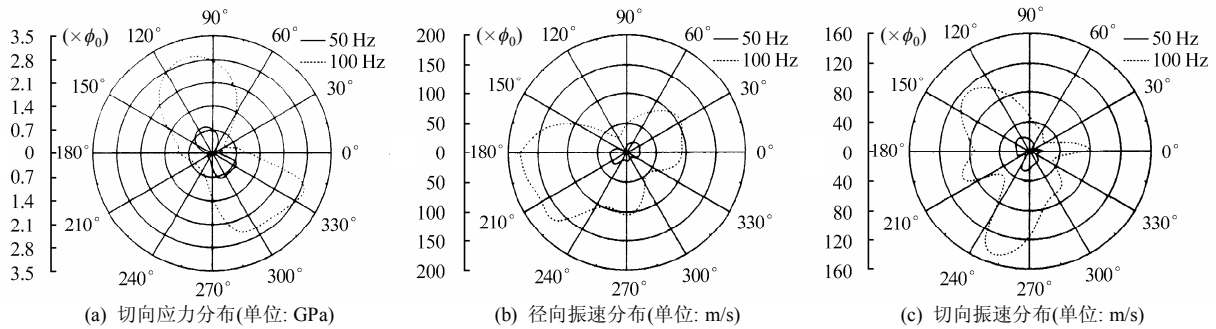


图 3 入射角度为 30° 时应力和振速分布

Fig.3 Distribution of stress and vibration velocity when the incident angle is 30°

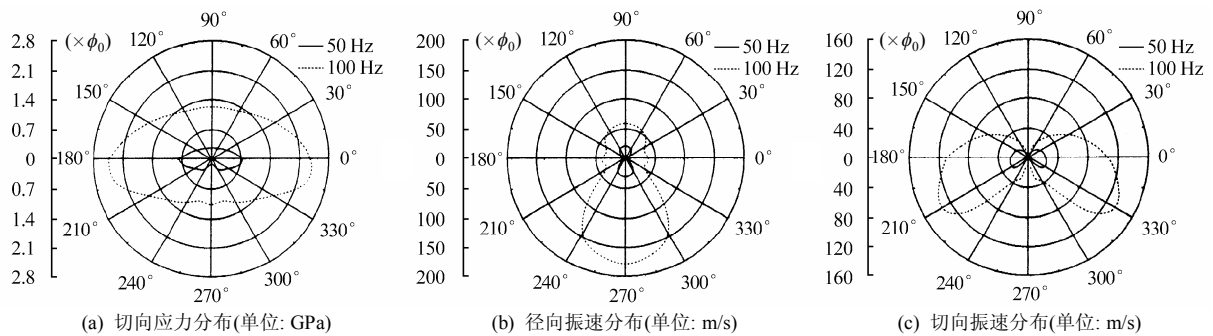


图 4 入射角度为 90° 时应力和振速分布

Fig.4 Distribution of stress and vibration velocity when the incident angle is 90°

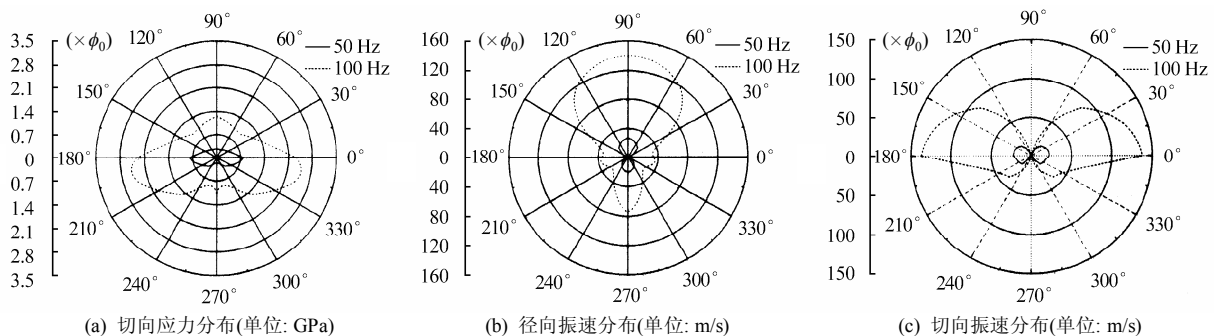


图 5 入射角度为 270° 时应力和振速分布

Fig.5 Distribution of stress and vibration velocity when the incident angle is 270°

由图 2~5 可以看出, 当应力波从不同角度入射时, 围岩的最大径向振速出现在迎爆侧, 最大切向振速出现的位置基本与入射角垂直, 对于直墙圆拱洞室, 当入射波入射角度改变时, 围岩内侧应力和振速变化很大。

7 围岩临界振速的确定

由图 2~5 可知, 当入射波的频率和地下洞室的大小以及围岩的性质一定的情况下, 围岩应力和振速的大小由入射波的幅值 ϕ_0 决定, 要使围岩在爆破地震波作用下不致破坏, 必须严格控制入射波的波幅; 又入射 P 波为简谐波, 其动力响应也呈简谐变化, 故可将围岩周围的最大切向应力看作围岩周围产生的最大切向拉应力, 由文[11]可知, 简谐应力波作用下围岩周围的最大剪应力小于围岩周围的最大切向拉压应力, 而岩石的抗拉强度远低于其抗压强度和抗剪强度, 当爆破引起的振动过大时, 可以认为围岩是因为切向拉应力过大而破坏, 设围岩的抗拉强度为 σ_1 , 令

$$\sigma_{\theta\theta}|_{r=a} = \sigma_1 \quad (26)$$

即可求出最大允许入射的应力波幅值 ϕ_0 , 根据图 2~5 可知, P 波作用下围岩的最大径向振速要大于切向振速, 根据式 (26) 求出的允许应力波幅值 ϕ_0 , 结合围岩的径向振速分布, 即可求出相应围岩的临界破坏振速。一般岩石的抗拉强度约为 4~6 MPa, 据此确定出不同频率爆破地震波以不同角度作用于直墙拱形洞室时, 洞室围岩的临界破坏振速如表 1 所列。

表 1 围岩临界振速

Table 1 Critical vibration velocity of surrounding rock

频率/ Hz	不同入射角度下围岩临界振速/ $\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$			
	0°	30°	90°	270°
50	18.4~27.6	15.2~22.8	16.1~24.2	15.8~23.7
100	27.3~41.0	23.5~35.3	30.0~45.0	22.1~33.2

朱瑞赓等^[12]对一跨度和高度都是 3 m 的直墙圆拱岩石隧洞受邻近洞室爆破开挖的影响进行了试验研究。结果表明, 当振速小于 30 cm/s 时洞室没有破坏; 当振速为 30~60 cm/s 时, 围岩出现裂缝, 可见本文的计算结果与试验结果处于同一个量级。

8 结 语

本文通过保角变换和复变函数方法, 推导了应力波作用下不规则洞室的应力和位移表达式, 并以一深埋半圆直墙拱形洞室为例, 求出了爆破地震波以

不同角度作用下, 洞室围岩的应力和振速分布规律, 结合围岩的抗拉强度, 得到了不同情况下围岩的临界破坏振速, 计算结果与试验结果处于同一量级。

参 考 文 献

- [1] 刘慧. 近距侧爆情况下马蹄形隧道动态响应特点的研究[J]. 爆炸与冲击, 2002, 20(2): 175—181.
LIU Hui. Dynamic Responses of hoof-shaped tunnels to adjacent blasting[J]. *Explosion and Shock Waves*, 2002, 20(2): 175—181.
- [2] 朱瑞赓, 李铮. 爆破地震波作用下隧道的安全距离问题[J]. 地下工程, 1981, (4): 26—33.
ZHU Rui-geng, LI Zheng. Safe distance of tunnels under blasting seismic wave[J]. *Underground Engineering*, 1981, (4): 26—33.
- [3] 陈剑杰. 深埋岩石洞室在爆炸应力波荷载作用下的破坏效应[博士学位论文D]. 上海: 同济大学, 2000.
- [4] 杨升田. 侧向爆炸荷载作用下直墙拱形岩洞强度的近似分析[J]. 爆炸与冲击, 1982, 4: 24—32.
YANG Sheng-tian. Approximate analysis for strength of the arch rock-structured tunnel with vertical sidewalls under side blasting load[J]. *Explosion and Shock Waves*, 1982, 4: 24—32.
- [5] 许红涛, 卢文波, 蔡联明. 邻近爆破对坝基灌浆帷幕的影响机理研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(8): 1 325—1 329.
XU Hong-tao, LU Wen-bo, CAI Lian-ming. Mechanism study of blast-induced influence on vicinal curtain grouting[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, 23(8): 1 325—1 329.
- [6] 朱传云, 许桂生. 爆炸应力波近似处理的分析与研究[J]. 岩土力学, 2002, 23(4): 455—458.
ZHU Chuan-yun, Xu Gui-shen. Analysis and study on dealing with blasting wave as planar-wave[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2002, 23(4): 455—458.
- [7] Pao Y H, Mow C C. The Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations[M]. New York: Crane & Russak, 1973.
- [8] Yih-Hsing Pao. Elastic waves in solids[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1983, 50(4): 1 152—1 164.
- [9] Liu D K, Gai B Z, Tao G Y. Applications of the method of complex function to dynamic stress concentration[J]. *Wave Motion*, 1982, (4): 293—304.
- [10] 于学馥, 郑颖人. 地下洞室围岩稳定分析[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1983.
- [11] 易长平. 爆破振动对地下洞室的影响研究[博士学位论文D]. 武汉: 武汉大学, 2005.
- [12] 朱瑞赓, 李铮. 爆破地震波作用下岩石隧道的临界振动速度[A]. 土岩爆破文集(第二辑)[C]. 北京: 冶金工业出版社, 1983: 285—291.